

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Aanleveren scores

## **1 Regels voor de beoordeling**

---

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.

Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommiteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommiteerde.

- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.  
De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.
- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

## 2 Algemene regels

---

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
  - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
  - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
  - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
  - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
  - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
  - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

- 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Als het antwoord op een andere manier is gegeven, maar onomstotelijk vaststaat dat het juist is, dan moet dit antwoord ook goed gerekend worden. Voor het juiste antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.  
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.  
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

**NB1** *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*

Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examiner en gecommiteerde (eerste en tweede corrector):*

Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*

Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.

*Verduidelijking*

Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.

*Een fout*

Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

- Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.  
en/of
- Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

### 3 Vakspecifieke regels

---

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.
- 3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.
- 3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

## 4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Onbekende zijde

#### 1 maximumscore 4

- Cosinusregel in driehoek  $ABM$  geeft  
 $5^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos(\angle ABM)$  1
- Hieruit volgt  $\cos(\angle ABM) = \frac{9}{16}$  (dus  $\cos(\angle ABC) = \frac{9}{16}$ ) (dus  
 $\angle ABC = 55,77\dots(^{\circ})$ ) 1
- Cosinusregel in driehoek  $ABC$  geeft  
 $AC^2 = 4^2 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \frac{9}{16}$  1
- Dit geeft  $AC^2 = 106$ , dus  $AC \approx 10,3$  1

of

- Cosinusregel in driehoek  $ABM$  geeft  
 $4^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos(\angle AMB)$  1
- Hieruit volgt  $\cos(\angle AMB) = \frac{3}{4}$  (dus  $\angle AMB = 41,40\dots(^{\circ})$ ) 1
- $\cos(\angle AMC) = (-\cos(\angle AMB)) = -\frac{3}{4}$   
(of  $\angle AMC = (180 - \angle AMB) = 138,59\dots(^{\circ})$ , dus  $\cos(\angle AMC) = -\frac{3}{4}$ ) 1
- Cosinusregel in driehoek  $AMC$  geeft  
 $AC^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot -\frac{3}{4} = 106$ , dus  $AC \approx 10,3$  1

of

- Er geldt  $t^2 + u^2 = 4^2$  (met  $P$  de loodrechte projectie van  $A$  op  $MB$ ,  
 $t = AP$  en  $u = BP$ ) 1
- Ook geldt  $t^2 + (6 - u)^2 = 5^2$  1
- Algebraïsch oplossen van dit stelsel geeft  $t = 3,30\dots$ ,  $u = 2,25$   
(de oplossing  $t = -3,30\dots$ ,  $u = 2,25$  voldoet niet) 1
- Omdat  $AC^2 = t^2 + (12 - u)^2$ , volgt  $AC^2 = 106$ , dus  $AC \approx 10,3$  1

## Spookje

### 2 maximumscore 6

- $\frac{d}{dx} \cos(2x) = -2 \sin(2x)$  1
- $f'(x) = \cos(x) \cos(2x) - 2 \sin(x) \sin(2x)$  1
- $\cos(x) \cos(2x) = \cos(x)(2 \cos^2(x) - 1) = 2 \cos^3(x) - \cos(x)$  1
- $2 \sin(x) \sin(2x) = 2 \sin(x) \cdot 2 \sin(x) \cos(x) = 4 \sin^2(x) \cos(x)$  1
- $4 \sin^2(x) \cos(x) = 4 \cos(x)(1 - \cos^2(x))$  1
- $2 \cos^3(x) - \cos(x) - 4 \cos(x)(1 - \cos^2(x))$  herleiden tot  $6 \cos^3(x) - 5 \cos(x)$  1

### 3 maximumscore 6

- Voor  $p$  moet gelden  $f'(p) \cdot g'(p) = -1$  1
- $(6 \cos^3(p) - 5 \cos(p)) \cdot \cos(p) = -1$  geeft  $6 \cos^4(p) - 5 \cos^2(p) + 1 = 0$  1
- De vergelijking  $6q^2 - 5q + 1 = 0$  (met  $q = \cos^2(p)$ ) moet worden opgelost 1
- Dit geeft  $q = \frac{1}{3}$  of  $q = \frac{1}{2}$  1
- Hieruit volgt  $\cos(p) = -\sqrt{\frac{1}{3}}$  of  $\cos(p) = \sqrt{\frac{1}{3}}$  of  $\cos(p) = -\sqrt{\frac{1}{2}}$  of  $\cos(p) = \sqrt{\frac{1}{2}}$  1
- Elk van deze vergelijkingen heeft 2 oplossingen (die allemaal verschillen), dus het gevraagde aantal is 8 1

### 4 maximumscore 3

- De keuze  $t = 2x$  en  $u = x$  1
  - $\sin(2x+x) - \sin(2x-x) = \sin(2x) \cos(x) + \cos(2x) \sin(x) - \sin(2x) \cos(x) + \cos(2x) \sin(x)$  1
  - Dit is gelijk aan  $2 \cos(2x) \sin(x)$ , dus  $\frac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x)) = \sin(x) \cos(2x)$  1
- of
- $\sin(3x) - \sin(x) = \sin(2x+x) - \sin(x) = \sin(2x) \cos(x) + \cos(2x) \sin(x) - \sin(x)$  1
  - Dit is gelijk aan  $2 \sin(x) \cos^2(x) + \cos(2x) \sin(x) - \sin(x) = \sin(x)(2 \cos^2(x) + \cos(2x) - 1) = \sin(x)(\cos(2x) + \cos(2x))$  1
  - Dit is gelijk aan  $\sin(x) \cdot 2 \cos(2x)$ , dus  $\frac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x)) = \sin(x) \cos(2x)$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**5 maximumscore 4**

- De oppervlakte van  $V$  is gelijk aan  $\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} \left(2 + \sin(x) - \frac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x))\right) dx$  1
- Een primitieve van  $\frac{1}{2}\sin(3x)$  is  $-\frac{1}{6}\cos(3x)$  1
- Een primitieve van  $2 + \sin(x) + \frac{1}{2}\sin(x)$  is  $2x - \cos(x) - \frac{1}{2}\cos(x)$  1
- Invullen van de grenzen geeft: de oppervlakte is  $4\pi$  1

of

- De oppervlakte van  $V$  is gelijk aan  $\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} \left(2 + \sin(x) - \frac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x))\right) dx$  1
- Een primitieve van  $2 + \sin(x)$  is  $2x - \cos(x)$  1
- Een primitieve van  $\frac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x))$  is  $-\frac{1}{6}\cos(3x) + \frac{1}{2}\cos(x)$  1
- Invullen van de grenzen geeft: de oppervlakte is  $4\pi$  1



## Hoogwater

### 6 maximumscore 5

- De vergelijking  $12\,000 = 5734 - 1648 \ln\left(\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right)$  moet worden opgelost 1
- $\ln\left(\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right) = \frac{12\,000 - 5734}{-1648} (= -3,802\dots)$  1
- $\ln\left(\frac{T}{T-1}\right) = e^{-3,802\dots} (= 0,022\dots)$  1
- $\frac{T}{T-1} = e^{0,022\dots} = 1,022\dots$ , dus  $T = 1,022\dots \cdot (T-1)$  1
- Dit geeft  $T = \frac{1,022\dots}{(1,022\dots - 1)} = 45,3\dots$ , dus de gevraagde herhalingsstijd is 45 (of 46) (jaar) 1

### 7 maximumscore 5

- $\frac{dC}{dT} = \frac{-b}{\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)} \cdot \frac{d}{dT} \ln\left(\frac{T}{T-1}\right)$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
  - $\frac{d}{dT} \ln\left(\frac{T}{T-1}\right) = \frac{1}{\frac{T}{T-1}} \cdot \frac{d}{dT} \frac{T}{T-1}$  1
  - $\frac{d}{dT} \frac{T}{T-1} = \frac{1 \cdot (T-1) - 1 \cdot T}{(T-1)^2} = \frac{-1}{(T-1)^2}$  1
  - $\frac{dC}{dT} = \frac{-b}{\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)} \cdot \frac{1}{\frac{T}{T-1}} \cdot \frac{-1}{(T-1)^2}$  geeft  $\frac{dC}{dT} = \frac{b}{T \cdot (T-1) \cdot \ln\left(\frac{T}{T-1}\right)}$  1
- of
- $C = a - b \ln(\ln(T) - \ln(T-1))$  1
  - $\frac{dC}{dT} = \frac{-b}{\ln(T) - \ln(T-1)} \cdot \frac{d}{dT} (\ln(T) - \ln(T-1))$  1
  - $\frac{d}{dT} (\ln(T) - \ln(T-1)) = \frac{1}{T} - \frac{1}{T-1}$  1
  - $\frac{1}{T} - \frac{1}{T-1} = \frac{T-1}{T(T-1)} - \frac{T}{T(T-1)} = \frac{-1}{T(T-1)}$  1
  - $\frac{dC}{dT} = \frac{-b}{\ln(T) - \ln(T-1)} \cdot \frac{-1}{T(T-1)} = \frac{b}{T \cdot (T-1) \cdot \ln\left(\frac{T}{T-1}\right)}$  1

#### Opmerking

In het eerste antwoordalternatief mogen voor het eerste antwoordelement uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**8 maximumscore 5**

- Er moet gelden:  $\frac{dC}{dT} > 0$  1
- (Omdat  $T > 1$  geldt)  $T > 0$  en  $T - 1 > 0$  1
- Omdat (ook)  $T > T - 1$ , geldt  $\frac{T}{T-1} > 1$  1
- (Omdat  $y = \ln(x)$  stijgend is en  $\ln(1) = 0$  volgt hieruit dat)  $\ln\left(\frac{T}{T-1}\right) > 0$  1
- Zowel  $b > 0$  als  $T \cdot (T - 1) \cdot \ln\left(\frac{T}{T-1}\right) > 0$  (dus  $\frac{dC}{dT} > 0$ , dus de grafiek van  $C$  is stijgend) 1

of

- Er moet gelden:  $\frac{dC}{dT} > 0$  1
- (Omdat  $T > 1$  geldt)  $T > 0$  en  $T - 1 > 0$  1
- $\ln\left(\frac{T}{T-1}\right) = \ln(T) - \ln(T-1)$  1
- (Omdat  $y = \ln(x)$  stijgend is en  $T > T - 1$ , geldt)  $\ln(T) > \ln(T - 1)$ , dus  $\ln\left(\frac{T}{T-1}\right) > 0$  1
- Zowel  $b > 0$  als  $T \cdot (T - 1) \cdot \ln\left(\frac{T}{T-1}\right) > 0$  (dus  $\frac{dC}{dT} > 0$ , dus de grafiek van  $C$  is stijgend) 1

**9 maximumscore 4**

- Invullen geeft het stelsel vergelijkingen  $\begin{cases} 1700 = a - b \cdot -1,24... \\ 2100 = a - b \cdot -2,25... \end{cases}$  1
- Beschrijven hoe dit stelsel kan worden opgelost 1
- Hieruit volgt  $b = 398,22...$  en  $a = 1203,85...$  1
- Dit geeft  $C = 1203,85... - 398,22... \cdot \ln\left(\ln\left(\frac{100}{100-1}\right)\right) \approx 3036$  (of  $3035$ ) ( $m^3/s$ ) 1

## Twee halve cirkels

### 10 maximumscore 7

- De vergelijking van  $c_1$  herleiden tot  $(x+6)^2 + y^2 = 4$  1
  - $M_1(-6, 0)$  en de straal van  $c_1$  is 2 1
  - $PM_1 = \sqrt{6^2 + OP^2}$  en  $PM_2 = \sqrt{5^2 + OP^2}$  1
  - $d(P, c_1) = \sqrt{6^2 + OP^2} - 2$  en  $d(P, c_2) = \sqrt{5^2 + OP^2} - 5$  1
  - De vergelijking  $\sqrt{6^2 + OP^2} - 2 = 2 \cdot (\sqrt{5^2 + OP^2} - 5)$  moet worden opgelost 1
  - Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
  - Dit geeft  $OP \approx 7,02$  (dus de gevraagde  $y$ -coördinaat van  $P$  is 7,02) 1
- of
- Voor snijpunten van  $c_1$  en de  $x$ -as geldt  $x^2 + 12x = -32$ , dus  $x^2 + 12x + 32 = 0$ , dus  $(x+4)(x+8) = 0$ , dus  $x = -4$  of  $x = -8$  1
  - (Omdat  $c_1$  een halve cirkel is met  $y \geq 0$  volgt dat de diameter 4 is, dus)  $M_1(-6, 0)$  en de straal van  $c_1$  is 2 1
  - Als  $a = d(P, c_2)$ , dan geldt  $d(P, c_1) = 2a$ , dus  $M_2P = 5 + a$  en  $M_1P = 2 + 2a$  1
  - Er geldt  $OP^2 = M_1P^2 - M_1O^2 = (2 + 2a)^2 - 6^2$  en  $OP^2 = M_2P^2 - M_2O^2 = (5 + a)^2 - 5^2$  1
  - Dus  $(2 + 2a)^2 - 6^2 = (5 + a)^2 - 5^2$  1
  - Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
  - Dit geeft  $a = 3,61\dots$ ; invullen in een van de formules voor  $OP$  geeft  $OP \approx 7,02$  (dus de gevraagde  $y$ -coördinaat van  $P$  is 7,02) 1

## Twee bewegende punten

### 11 maximumscore 5

- Voor  $P_1$  geldt  $x'(t) = 2t + 2$  en  $y'(t) = 4$  1
- $v_1(t) = \sqrt{(2t+2)^2 + 4^2}$  1
- Uit  $\sqrt{(2t+2)^2 + 4^2} = 4\sqrt{t^2+1}$  volgt  $(2t+2)^2 + 4^2 = 16(t^2+1)$  1
- Herleiden tot  $12t^2 - 8t - 4 = 0$  (of  $3t^2 - 2t - 1 = 0$ ) 1
- Dit geeft  $t = 1$  ( $t = -\frac{1}{3}$  voldoet niet) 1

### 12 maximumscore 3

- De richtingscoëfficiënt van de lijn door  $P_1$  en  $P_2$  is 
$$\frac{2t^2 - 4t}{4t - (t^2 + 2t)}$$
 1
- Dit is gelijk aan  $\frac{2t^2 - 4t}{2t - t^2}$  1
- Dit is gelijk aan  $\frac{-2(-t^2 + 2t)}{2t - t^2}$  en dat is gelijk aan  $-2$  1

of

- Een richtingsvector van de lijn door  $P_1$  en  $P_2$  is 
$$\begin{pmatrix} 4t - (t^2 + 2t) \\ 2t^2 - 4t \end{pmatrix}$$
 1
- Dit is gelijk aan 
$$\begin{pmatrix} 2t - t^2 \\ 2t^2 - 4t \end{pmatrix}$$
 1
- Dit is gelijk aan 
$$\begin{pmatrix} 2t - t^2 \\ -2(2t - t^2) \end{pmatrix}$$
, dus  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  is een richtingsvector, dus de richtingscoëfficiënt is  $-2$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**13 maximumscore 4**

- Een vergelijking van  $l$  is van de vorm  $y = -2x + b$  1
- Substitutie van bijvoorbeeld  $(4t, 2t^2)$  geeft  $b = 2t^2 + 8t$  1
- $(3, 0)$  moet op  $l$  liggen, dus moet gelden  $0 = -6 + 2t^2 + 8t$  1
- Exact oplossen geeft  $t = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2}$ , dus het gevraagde tijdstip is

$$t = \frac{-4 + \sqrt{28}}{2} \text{ (of een gelijkwaardige uitdrukking)}$$

$$(t = \frac{-4 - \sqrt{28}}{2} \text{ voldoet niet}) \quad \text{1}$$

## Een derdegraadsfunctie

### 14 maximumscore 3

- (Voor een punt  $(x, y)$  op de grafiek van  $f$  ligt punt  $(y, x)$  op de grafiek van de inverse van  $f$ , dus er geldt  $x = -2 + \sqrt[3]{y-1}$  1
- Dus  $x+2 = \sqrt[3]{y-1}$ , dus  $(x+2)^3 = y-1$ , dus  $y = (x+2)^3 + 1$  1
- Dit is gelijk aan  
 $(x+2)^2 \cdot (x+2) + 1 = (x^2 + 4x + 4) \cdot (x+2) + 1 = x^3 + 6x^2 + 12x + 9$   
 $(= f(x), \text{ dus geldt inderdaad } f^{\text{inv}}(x) = -2 + \sqrt[3]{x-1})$  1

of

- (Voor een punt  $(x, y)$  op de grafiek van de inverse van  $f$  ligt punt  $(y, x)$  op de grafiek van  $f$ , dus er geldt  $x = y^3 + 6y^2 + 12y + 9$  1
- $(y+2)^3 = (y+2)^2(y+2) = (y^2 + 4y + 4)(y+2) = y^3 + 6y^2 + 12y + 8$ ,  
dus  $x = (y+2)^3 + 1$  1
- Herleiden geeft  $y = -2 + \sqrt[3]{x-1}$  (dus geldt inderdaad  
 $f^{\text{inv}}(x) = -2 + \sqrt[3]{x-1}$ ) 1

of

- $f(f^{\text{inv}}(x)) = (-2 + \sqrt[3]{x-1})^3 + 6 \cdot (-2 + \sqrt[3]{x-1})^2 + 12 \cdot (-2 + \sqrt[3]{x-1}) + 9$  1
- $(-2 + \sqrt[3]{x-1})^3 = -8 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt[3]{x-1} + 3 \cdot (-2) \cdot (\sqrt[3]{x-1})^2 + x - 1$  1
- De rest van de herleiding van  $f(f^{\text{inv}}(x))$  tot  $x$  (dus geldt inderdaad  
 $f^{\text{inv}}(x) = -2 + \sqrt[3]{x-1}$ ) 1

### 15 maximumscore 3

- De ondergrens van de integraal is 0, de bovengrens is  $f(0) = 9$  1
- De inhoud van het omwentelingslichaam is gelijk aan  
 $\pi \cdot \int_0^9 (-2 + \sqrt[3]{x-1})^2 dx$  1
- De inhoud is 33,9 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**16 maximumscore 6**

- $f'(x) = 3x^2 + 12x + 12$  1
- Voor  $P$  geldt  $3x^2 + 12x + 12 = 0$ ; dit geeft  $(x+2)^2 = 0$ , dus  $x = -2$  1
- Voor  $Q$  geldt (vanwege de symmetrie in de lijn met vergelijking  $y = x$ )  
 $y = -2$  1
- ( $f(-2) = 1$ , dus)  $P(-2, 1)$  en  $Q(1, -2)$  1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door  $P$  en  $Q$  is  $(\frac{-2-1}{1-(-2)}) = -1$  1
- De  $y$ -coördinaat van  $S$  is dus  $1 + 2 \cdot -1 = -1$  1

of

- $f^{\text{inv}'}(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}}$  1
- (Als  $x \rightarrow 1$ , dan  $f^{\text{inv}'}(x) \rightarrow \infty$ , dus) de grafiek van  $f^{\text{inv}}(x)$  heeft een verticale raaklijn als  $x = 1$  (en dit is dus de  $x$ -coördinaat van  $Q$ ) 1
- Voor  $P$  geldt (vanwege de symmetrie in de lijn met vergelijking  $y = x$ )  
 $y = 1$  1
- ( $f^{\text{inv}}(1) = -2$ , dus)  $Q(1, -2)$  en  $P(-2, 1)$  1
- (Omdat  $Q$  het spiegelbeeld is van  $P$  in de lijn met vergelijking  $y = x$ , geldt) de richtingscoëfficiënt van de lijn door  $P$  en  $Q$  is  $-1$  1
- De  $y$ -coördinaat van  $S$  is dus  $1 + 2 \cdot -1 = -1$  1

of

- $f'(x) = 3x^2 + 12x + 12$  1
- Voor  $P$  geldt  $3x^2 + 12x + 12 = 0$ ; dit geeft  $(x+2)^2 = 0$ , dus  $x = -2$  1
- $f^{\text{inv}'}(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}}$  1
- ( $f(-2) = 1$ , dus)  $P(-2, 1)$  en (als  $x \rightarrow 1$ , dan  $f^{\text{inv}'}(x) \rightarrow \infty$ , dus) de grafiek van  $f^{\text{inv}}(x)$  heeft een verticale raaklijn als  $x = 1$  (en dit is dus de  $x$ -coördinaat van  $Q$ ); ( $f^{\text{inv}}(1) = -2$ , dus)  $Q(1, -2)$  1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door  $P$  en  $Q$  is  $(\frac{-2-1}{1-(-2)}) = -1$  1
- De  $y$ -coördinaat van  $S$  is dus  $1 + 2 \cdot -1 = -1$  1

## 5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in de applicatie Wolf. Accordeer deze gegevens voor Cito uiterlijk op 12 juli.