

# Correctievoorschrift VWO

# 2009

tijdvak 1

wiskunde B1,2

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

## 1 Regels voor de beoordeling

---

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

## 2 Algemene regels

---

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
  - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
  - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
  - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
  - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
  - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
  - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
  - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.  
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.  
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

### **3 Vakspecifieke regels**

---

Voor dit examen kunnen maximaal 80 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

## 4 Beoordelingsmodel

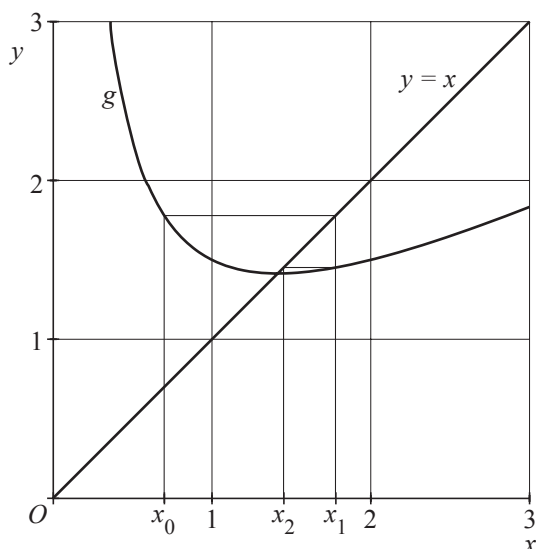
Vraag

Antwoord

Scores

### Een benadering van een nulpunt

#### 1 maximumscore 3



- De plaats van  $x_1$  2
- De plaats van  $x_2$  1

#### 2 maximumscore 5

- $g'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{x^2}$  1
- $g'(x) = 0$  geeft  $x = \sqrt{2}$  1
- De limiet is een oplossing van de vergelijking  $x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{x}$  1
- Deze vergelijking herleiden tot  $x^2 = 2$  1
- $x^2 = 2$  en  $x > 0$  geeft  $x = \sqrt{2}$  (dus de limiet is gelijk aan de  $x$ -coördinaat van de top van de grafiek van  $g$ ) 1

*Opmerking*

*Als de kandidaat de  $x$ -coördinaat van de top gevonden heeft en daarna heeft aangetoond dat deze voldoet aan de vergelijking  $x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{x}$ , dit ook goed rekenen.*

Vraag	Antwoord	Scores
<b>3</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• $f'(x) = 2x$	1
	• Uit $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ volgt $x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - 2}{2x_n}$	1
	• Herleiden tot $x_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{x_n}$	2

## Wachten op de bus

<b>4</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• De drie tijdsintervallen hebben achtereenvolgens de kansen $\frac{10}{60}$ , $\frac{20}{60}$ en $\frac{30}{60}$	1
	• De te verwachten wachttijden per interval bedragen achtereenvolgens 5, 10 en 15 minuten	1
	• De verwachtingswaarde van de wachttijd is $\frac{10}{60} \cdot 5 + \frac{20}{60} \cdot 10 + \frac{30}{60} \cdot 15$	1
	• Dit is $11\frac{2}{3}$ minuut (of 11 minuten en 40 seconden, of ongeveer 11,7 minuten)	1
<b>5</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• Gevraagd wordt $x$ zo dat $P(T > 65 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = x) = 0,10$ , waarbij $T$ de reistijd van een bus in minuten is	1
	• Beschrijven hoe $x$ kan worden berekend	2
	• De maximale standaardafwijking is (ongeveer) 3,9 minuten	1
<b>6</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• Beschrijven hoe de kans $P(T > 65 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = 3,4)$ kan worden berekend	1
	• Die kans is (ongeveer) 0,0707	1
	• De kans $P(T < 55 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = 3,4)$ is ook (ongeveer) 0,0707	1
	• De gevraagde kans is (ongeveer) $0,0707^2 \approx 0,005$	1

## Een buiteling

### 7 maximumscore 5

- De  $x$ -coördinaat van  $P$  is  $OR' + PP'$ , met  $R'$  de projectie van  $R$  op de  $x$ -as en  $P'$  de projectie van  $P$  op  $RR'$  1
- $OR' = \cos(t)$  1
- $\angle PRP' = \frac{1}{2}\pi - \angle ORR' = t$  2
- $PP' = t \cdot \sin(t)$  (en dus  $x(t) = \cos(t) + t \cdot \sin(t)$ ) 1

### 8 maximumscore 6

- $x'(t) = -\sin(t) + 1 \cdot \sin(t) + t \cdot \cos(t) = t \cdot \cos(t)$  en  $y'(t) = \cos(t) - 1 \cdot \cos(t) - t \cdot -\sin(t) = t \cdot \sin(t)$  3
- $(x'(t))^2 + (y'(t))^2 = (t \cdot \cos(t))^2 + (t \cdot \sin(t))^2 = t^2 \cdot (\cos^2(t) + \sin^2(t)) = t^2$  2
- $v(t) = \sqrt{t^2} = t$  (omdat  $t \geq 0$ ) 1

#### *Opmerking*

*Als de productregel niet is toegepast, voor deze vraag geen punten toekennen.*

### 9 maximumscore 3

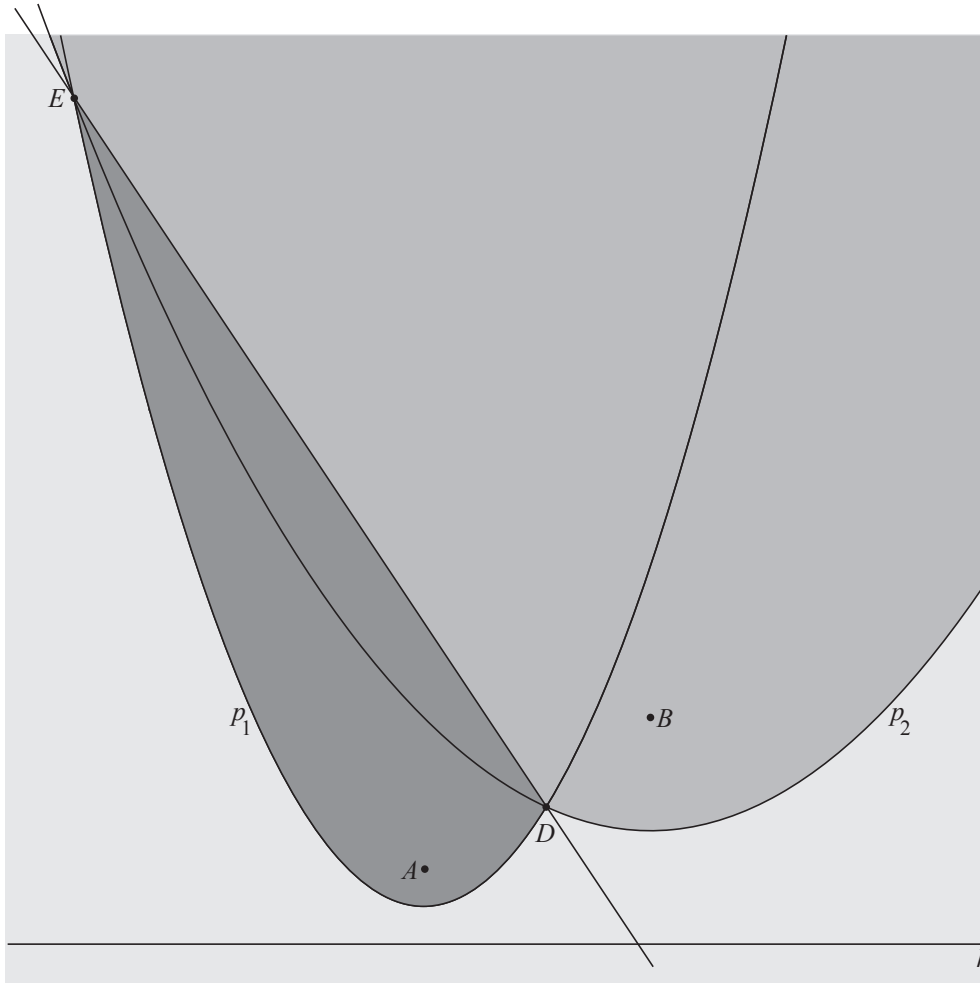
- De lengte van de baan van  $P$  is  $\int_0^{\pi} v(t) dt = \int_0^{\pi} t dt$  1
  - Een primitieve van  $t$  is  $\frac{1}{2}t^2$  1
  - De lengte van de baan van  $P$  is  $\frac{1}{2}\pi^2$  m 1
- of
- De snelheid neemt gelijkmatig toe van 0 op  $t=0$  tot  $\pi$  op  $t=\pi$  1
  - De gemiddelde snelheid is dus  $\frac{1}{2}\pi$  (of de grafiek tekenen van de lijn  $v=t$  voor  $0 \leq t \leq \pi$ ) 1
  - De lengte van de baan van  $P$  is  $\pi \cdot \frac{1}{2}\pi = \frac{1}{2}\pi^2$  m 1

## Twee parabolen met een gemeenschappelijke richtlijn

### 10 maximumscore 3

- $DA = d(D, k)$  en  $DB = d(D, k)$ ; parabool 1
- Hieruit volgt  $DA = DB$  1
- Dus  $D$  ligt op de middelloodlijn van  $AB$ ; middelloodlijn 1

### 11 maximumscore 3

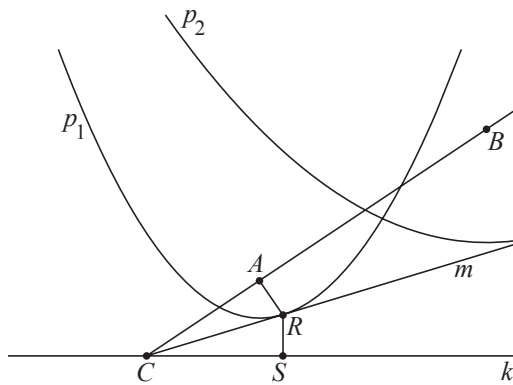


- Aangeven van het gebied dat buiten beide parabolen ligt (dit hoort bij  $k$ ) 1
- Aangeven van de verdeling van de binnengebieden door het lijnstuk  $DE$  2

#### Opmerking

Wanneer het vlakdeel onder  $k$  niet aangegeven is, hiervoor geen punten aftrekken.

## 12 maximumscore 4



- $RA = RS$ , met  $S$  de projectie van  $R$  op  $k$ ; *parabool* 1
- $\angle CRA = \angle CRS$ ; *raaklijneigenschap parabool* 1
- Driehoek  $CRA$  is congruent met driehoek  $CRS$ ; *ZHZ* 1
- Hieruit volgt  $\angle RCA = \angle RCS$ , dus  $m$  is de bissectrice van een hoek tussen  $AB$  en  $k$   
 (of: hieruit volgt  $\angle A = \angle S = 90^\circ$ , dus  $d(R, CA) = d(R, k)$ , dus  $m$  is de bissectrice van een hoek tussen  $AB$  en  $k$ ; *deellijn*) 1



## Een gemeenschappelijke raaklijn

### 13 maximumscore 3

- $f'(x) = \frac{1}{x}$ , dus de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in punt  $P$  is  $\frac{1}{p}$  1
  - Een formule voor  $k$  is:  $y = \ln(p) + \frac{1}{p}(x - p)$  1
  - Herleiden tot  $y = \frac{1}{p}x + \ln(p) - 1$  1
- of
- $f'(x) = \frac{1}{x}$ , dus de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in punt  $P$  is  $\frac{1}{p}$  1
  - Een formule voor  $k$  is:  $y = \frac{1}{p}x + b$ , waarbij  $\ln(p) = \frac{1}{p} \cdot p + b$  1
  - $b = \ln(p) - 1$  invullen geeft  $y = \frac{1}{p}x + \ln(p) - 1$  1

### 14 maximumscore 3

- $p = e^{-q}$  dus  $\ln(p) = -q$  1
  - Invullen in de tweede vergelijking geeft:  $e^q(1 - q) = -q - 1$  1
  - Herleiden tot  $e^q = \frac{q+1}{q-1}$  1
- of
- $p = e^{-q}$  invullen in de tweede vergelijking geeft:  $e^q(1 - q) = \ln(e^{-q}) - 1$  1
  - Hieruit volgt  $e^q(1 - q) = -q - 1$  1
  - Herleiden tot  $e^q = \frac{q+1}{q-1}$  1

### 15 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de vergelijking  $e^q = \frac{q+1}{q-1}$  opgelost kan worden 1
- $q \approx -1,543$  1
- Dus de richtingscoëfficiënt is ongeveer  $e^{-1,543} \approx 0,21$  2

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Een koordenvierhoek?

---

- 16 maximumscore 5**
- $\angle BAL = \angle BCL$ ; *stelling van de constante hoek* 1
  - $\angle LAC = \angle LKC$ ; *stelling van de constante hoek* 1
  - Dus  $\angle BAC = \angle QCL + \angle LKC$  1
  - $\angle LKC = \angle CLK$ ; *gelijkbenige driehoek* 1
  - Dus  $\angle BAC = \angle QCL + \angle CLK$  1
- 17 maximumscore 4**
- $\angle LQC = \angle PQB$ ; *overstaande hoeken* 1
  - Uit de vorige vraag volgt:  $\angle BAC = \angle QCL + \angle CLK$  1
  - In driehoek  $CLQ$  geldt  $\angle QCL + \angle CLQ + \angle LQC = 180^\circ$ ; *hoekensom driehoek* 1
  - Combineren geeft  $\angle BAC + \angle PQB = 180^\circ$ , dus vierhoek  $ABQP$  is een koordenvierhoek; *omgekeerde koordenvierhoekstelling* 1

## Een vuurpijl met tegenwind

### 18 maximumscore 7

- In het hoogste punt geldt:  $\frac{dy}{dx} = 0$  1
- $\frac{dy}{dx} = 2 + 4 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{625 - 10x}} \cdot -10$  2
- $\frac{dy}{dx} = 0$  geeft  $\frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} = 2$  1
- $\frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} = 2$  geeft  $625 - 10x = 100$  1
- $10x = 525$ , dus  $x = 52,5$  1
- De maximale hoogte is 45 m 1

### 19 maximumscore 6

- $2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} = 0$  1
- $2x - 100 = 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$  1
- $(2x - 100)^2 = 16 \cdot (625 - 10x)$  1
- Deze vergelijking herleiden tot  $4x^2 - 240x = 0$  2
- $x = 60$ , dus de vuurpijl komt 60 m vanaf  $O$  op de grond 1

#### *Opmerking*

*Als het antwoord 60 m niet langs algebraïsche weg is gevonden, voor deze vraag maximaal 1 punt toekennen.*

## 5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 10 juni naar Cito.