

# Correctievoorschrift VWO

# 2007

tijdvak 2

wiskunde B1,2

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

## 1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
- 2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
- 3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.
- 4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

- 5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

## 2 Algemene regels

---

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
  - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
  - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
  - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
  - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
  - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
  - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
  - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
  - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, hoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
  - 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander

- antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
  - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
  - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
  - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
  - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.  
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.  
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

### 3 Vakspecifieke regels

---

Voor het examen wiskunde B1,2 VWO kunnen maximaal 81 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn verder de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

## 4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Bier tappen

#### 1 maximumscore 5

- Beschrijven hoe  $P(X < 175 | \mu = 180, \sigma = 15,5)$  berekend kan worden, waarbij  $X$  de hoeveelheid getapt bier per glas in ml is 1
- $P(X < 175 | \mu = 180, \sigma = 15,5) \approx 0,3735$  (of 0,37) 1
- Het aantal glazen  $Y$  met minder dan 175 ml is binomiaal verdeeld met  $n = 12$  en  $p = 0,3735$  1
- Beschrijven hoe de kans  $P(Y \leq 2 | n = 12, p = 0,3735)$  met de GR berekend kan worden 1
- De kans is (ongeveer) 0,12 1

#### *Opmerking*

*Als in de eerste regel  $P(X < 174,5)$  is uitgerekend, dan hiervoor geen punten in mindering brengen.*

#### 2 maximumscore 4

- De totale hoeveelheid getapt bier  $T$  (in ml) heeft gemiddelde  $\mu = 12 \cdot 180 = 2160$  1
- De gevraagde kans is  $P(T < 2070 | \mu = 2160, \sigma = \sqrt{12} \cdot 15,5)$  1
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden 1
- De kans is (ongeveer) 0,05 1

## De formule van Heron

### 3 maximumscore 4

- $s = 6$ ;  $s - a = 3$ ;  $s - b = 2$ ;  $s - c = 1$  2
- $H = \sqrt{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6$  1
- De formule  $oppervlakte = \frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte}$  levert eveneens  $H = 6$  1

### 4 maximumscore 5

- $s = \frac{1}{2}(3 + 7 + x) = 5 + \frac{1}{2}x$  1
- $s - a = \frac{1}{2}x + 2$ ;  $s - b = \frac{1}{2}x - 2$ ;  $s - c = 5 - \frac{1}{2}x$  2
- $H = \sqrt{(5 + \frac{1}{2}x)(\frac{1}{2}x + 2)(\frac{1}{2}x - 2)(5 - \frac{1}{2}x)}$  1
- $(5 + \frac{1}{2}x)(5 - \frac{1}{2}x) = 25 - \frac{1}{4}x^2$  en  $(\frac{1}{2}x + 2)(\frac{1}{2}x - 2) = \frac{1}{4}x^2 - 4$ , dus  
 $H(x) = \sqrt{(25 - \frac{1}{4}x^2)(\frac{1}{4}x^2 - 4)}$  1

### 5 maximumscore 4

- $(25 - \frac{1}{4}x^2)(\frac{1}{4}x^2 - 4) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{29}{4}x^2 - 100$  1
- De afgeleide hiervan is  $-\frac{1}{4}x^3 + \frac{29}{2}x$  1
- $-\frac{1}{4}x^3 + \frac{29}{2}x = 0$  geeft (op het gegeven domein)  $x = \sqrt{58}$  2

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Bewegende schaduw

### 6 maximumscore 5

- $l(t) = x_A - x_B$  1
- $l(t) = \cos(t - \frac{1}{6}\pi) - \cos(t + \frac{1}{6}\pi)$  1
- $l(t) = -2 \cdot \sin t \cdot \sin(-\frac{1}{6}\pi)$  (of  $l(t) = 2 \cdot \sin t \cdot \sin \frac{1}{6}\pi$ ) 2
- Dus  $l(t) = -2 \cdot \sin t \cdot -\frac{1}{2} = \sin t$  (of  $l(t) = 2 \cdot \sin t \cdot \frac{1}{2} = \sin t$ ) 1

### 7 maximumscore 4

- $g = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin t \, dt$  1
- Een primitieve van  $\sin t$  is  $-\cos t$  1
- $\int_0^{\pi} \sin t \, dt = [-\cos t]_0^{\pi} = 2$ , dus  $g = \frac{2}{\pi}$  2

### 8 maximumscore 5

- Beschrijven hoe de vergelijking  $l(t) = \frac{2}{\pi}$  op  $[0, \pi]$  opgelost kan worden 1
- De oplossingen zijn (ongeveer) 0,69 en 2,45 2
- De tijd dat  $l(t) > \frac{2}{\pi}$  op  $[0, \pi]$  is (ongeveer)  $2,45 - 0,69 = 1,76$  (s) 1
- De tijd dat  $l(t) < \frac{2}{\pi}$  op  $[0, \pi]$  is (ongeveer)  $\pi - 1,76 \approx 1,38$  (s) (dus de beide delen zijn niet even groot) 1

## Cirkel en lijn

### 9 maximumscore 5

- Het tekenen van de evenwijdige lijnen op afstand 1 cm aan beide zijden van  $k$  2
- Het tekenen van de twee cirkels met middelpunt  $M$  met respectievelijk straal 2 en 4 cm 2
- Het tekenen van de vier gemeenschappelijke punten 1

### 10 maximumscore 5

- Een deel van de meetkundige plaats is de parabool met brandpunt  $M$  en richtlijn de lijn op afstand 3 cm van  $k$  (niet aan de kant van  $c$ ) 2
- De tekening van de parabool 1
- De halve lijn vanuit  $M$  door  $A$  2

## Twee exponentiële functies

### 11 maximumscore 5

- De oppervlakte is  $\int_a^0 (e^x - e^{2x}) dx$  1
- Een primitieve is  $e^x - \frac{1}{2}e^{2x}$  1
- De oppervlakte is  $[e^x - \frac{1}{2}e^{2x}]_a^0 = \frac{1}{2} - e^a + \frac{1}{2}e^{2a}$  1
- Dit is  $\frac{1}{2}(1 - 2e^a + (e^a)^2)$  1
- Dit is  $\frac{1}{2}(1 - e^a)^2$  1

### 12 maximumscore 5

- De lengte van een verbindingslijnstuk is  $e^x - e^{2x}$  1
- De afgeleide hiervan is  $e^x - 2e^{2x}$  1
- Als de lengte maximaal is, geldt  $e^x = 2e^{2x}$  1
- Dit is het geval als  $e^x = \frac{1}{2}$  (dus  $x = \ln \frac{1}{2}$ ) 1
- De maximale lengte is  $\frac{1}{2} - (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$  1

*Opmerking*

*Gezien de context is het niet nodig aan te tonen dat - als de afgeleide 0 is - de lengte maximaal is.*

## Met verschillende startwaarden

### 13 maximumscore 5

- $u_1 = 3, u_2 = 9, u_3 = -9, u_4 = -27$  3
- Voor  $n > 3$  geldt  $u_n = 3u_{n-1}$  1
- $u_n = -3^{n-1}$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

### 14 maximumscore 5

- $u_0 = s > 5$  dus  $u_1 = 18 - 3s < 3$  1
- $u_2 = 3u_1 = 3(18 - 3s)$  1
- $u_2 = u_0$  dus  $3(18 - 3s) = s$  1
- $54 - 9s = s$  1
- $10s = 54$ , dus  $s = \frac{27}{5}$  1

### 15 maximumscore 5

- Een tekening van de webgrafieken met  $u_0 = \frac{5}{6}$  en met  $u_0 = \frac{7}{6}$  2
- Een tekening van het vervolg van de strook 2
- De conclusie dat de rij voor elke startwaarde tussen  $\frac{5}{6}$  en  $\frac{7}{6}$  divergeert 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Koordinatievierhoeken

<b>16</b>	<b>maximumscore 5</b>	
	• $\angle BCD = 180^\circ - \alpha$ ; <i>koordinatievierhoek</i>	1
	• $\angle DCP = 180^\circ - \angle BCD = \alpha$ ; <i>gestrekte hoek</i>	1
	• $AB = BP$ , dus $\angle APB = \angle BAP = \alpha$ ; <i>gelijkbenige driehoek</i>	1
	• $\angle DPC = \angle APB = \alpha = \angle DCP$	1
	• Dus $DC = DP$ ; <i>gelijkbenige driehoek</i>	1
<b>17</b>	<b>maximumscore 5</b>	
	• $\angle DCP = \angle DPC = \angle BAD = \alpha$ ; <i>gelijkbenige driehoek</i>	1
	• $\angle ACD = 90^\circ$ en $\angle ABD = 90^\circ$ ; <i>omgekeerde stelling van Thales</i>	1
	• $\angle SAD = \angle CAP = 180^\circ - (\alpha + \alpha + 90^\circ) = 90^\circ - 2\alpha$ ; <i>hoekensom driehoek</i>	1
	• $\angle ADS = \angle ADB = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ) = 90^\circ - \alpha$ ; <i>hoekensom driehoek</i>	1
	• $\angle ASD = 180^\circ - (90^\circ - 2\alpha + 90^\circ - \alpha) = 3\alpha$ ; <i>hoekensom driehoek</i>	1

## 5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 22 juni naar Cito.