wiskunde B1,2 (nieuwe stijl)

Correctievoorschrift VWO

Voorbereidend
Wetenschappelijk
Onderwijs

20 04

Tijdvak 2

inzenden scores
Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma Wolf of vul de scores in op de optisch leesbare formulieren.
Zend de gegevens uiterlijk op 25 juni naar de Citogroep.

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Een beoordelingsmodel

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de Regeling beoordeling centraal examen vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel.
Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, .., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.

4 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

5 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een toets of in het beoordelingsmodel bij die toets een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof toets en beoordelingsmodel juist zijn.
Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

7 Voor deze toets kunnen maximaal 87 scorepunten worden behaald.
Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

8 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

3 Vakspecifieke regels

Voor het vak wiskunde B1,2 (nieuwe stijl) VWO zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel *3.6* geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Antwoorden	Deel-scores

Voedselbehoefte

Maximumscore 4

1 ☐	• De groeifactor per jaar is $e^{0,1}$	1
	• De groeifactor per maand is $\sqrt[12]{e^{0,1}}$	1
	• De groeifactor per maand is ongeveer 1,008	1
	• De toename per maand is ongeveer 0,8%	1
	of	
	• Elke maand neemt de bevolking met eenzelfde percentage toe	1
	• Een keuze als $t = 0$ geeft $B = 228$ en $t = \frac{1}{12}$ geeft $B \approx 229{,}9$	1
	• De toename per maand is $\frac{229{,}9 - 228}{228} \times 100\% \approx 0{,}8\%$	2

Maximumscore 5

2 ☐	• $V = 0{,}4 \cdot 1000 \cdot 228 \cdot (e^{0,1 \cdot \frac{1}{360}} + e^{0,1 \cdot \frac{2}{360}} + \ldots + e^{0,1})$ of $V = 0{,}4 \cdot 1000 \cdot 228 \cdot \sum_{k=1}^{360} e^{0,1 \cdot \frac{k}{360}}$	2
	• beschrijven hoe deze waarde berekend kan worden	2
	• V is ongeveer 34 534 512 (kg)	1
	of	
	• $V = 0{,}4 \cdot 1000 \cdot 228 \cdot (e^{0} + e^{0,1 \cdot \frac{1}{360}} + e^{0,1 \cdot \frac{2}{360}} + \ldots + e^{0,1 \cdot \frac{359}{360}})$ of $V = 0{,}4 \cdot 1000 \cdot 228 \cdot \sum_{k=0}^{359} e^{0,1 \cdot \frac{k}{360}}$	2
	• beschrijven hoe deze waarde berekend kan worden	2
	• V is ongeveer 34 524 920 (kg)	1

Opmerkingen
- *Verschillende manieren van invoeren van deze som in de GR, bijvoorbeeld met stapgrootte $\frac{1}{360}$, kunnen bij sommige rekenmachines tot afwijkingen in het antwoord leiden.*
- *Als gerekend is met k = 0 tot en met k = 360, dan 1 punt aftrekken.*
- *Als correcte antwoorden zijn afgerond op duizenden kilo's, hiervoor geen punten aftrekken.*

Maximumscore 4

3 ☐	• $V = 0{,}4 \cdot 360 \cdot 1000 \cdot \int_0^1 B(t)\,dt$	2
	• Een primitieve van $228 \cdot e^{0,1t}$ is $2280 \cdot e^{0,1t}$	1
	• V is ongeveer 34 529 716 (kg) (of $328320000(e^{0,1} - 1)$)	1

Spreekuur

Maximumscore 4

4 ☐	• beschrijven hoe de kans berekend kan worden dat een patiënt meer dan 15 minuten kost	1
	• De kans dat een patiënt meer dan 15 minuten kost is 0,1056	1
	• De verwachtingswaarde is ongeveer $12 \cdot 0{,}1056 \approx 1{,}27$	2

Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 5	
5 ☐ • De kans dat een patiënt meer dan 10 minuten kost is $\frac{1}{2}$	1
• Het aantal patiënten X dat meer dan 10 minuten kost is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \frac{1}{2}$	1
• $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$	1
• beschrijven hoe deze kans berekend kan worden	1
• het antwoord 0,61	1
Maximumscore 5	
6 ☐ • De hypothese $\mu = 600$ moet getoetst worden tegen de hypothese $\mu > 600$	1
• beschrijven hoe de overschrijdingskans van 654 bij de normale verdeling met $\mu = 600$ en $\sigma = 4\sqrt{60}$ berekend kan worden	2
• De overschrijdingskans is 0,0407 (of, met continuïteitscorrectie, 0,0421)	1
• 0,0407 < 0,05, dus er is voldoende aanleiding om het gemiddelde te verhogen	1
of	
• De hypothese $\mu = 600$ moet getoetst worden tegen de hypothese $\mu > 600$	1
• beschrijven hoe de grens g voor de tijd T berekend kan worden waarbij $P(T > g) < 0{,}05$	2
• $g \approx 651$	1
• 654 > 651, dus er is voldoende aanleiding om het gemiddelde te verhogen	1
of	
• De hypothese (over het steekproefgemiddelde) $\mu = 10$ moet getoetst worden tegen de hypothese $\mu > 10$	1
• beschrijven hoe de overschrijdingskans van $\frac{654}{60} = 10{,}9$ bij de normale verdeling met $\mu = 10$ en $\sigma = \frac{4}{\sqrt{60}}$ berekend kan worden	2
• De overschrijdingskans is 0,0407	1
• 0,0407 < 0,05, dus er is voldoende aanleiding om het gemiddelde te verhogen	1

Een holle spiegel

Maximumscore 6	
7 ☐ • De hoeken die l_1 en l_2 met de raaklijn in A maken zijn gelijk (noem die α); de hoeken die l_2 en l_3 met de raaklijn in B maken zijn gelijk (noem die β)	1
• $\angle(l_1, l_2) = 180° - 2\alpha$ en $\angle(l_2, l_3) = 180° - 2\beta$	1
• Als l_1 en l_3 evenwijdig zijn, is $\angle(l_1, l_2) + \angle(l_2, l_3) = 180°$ (*F- of Z-hoeken en gestrekte hoek*)	2
• Hieruit volgt dat $\alpha + \beta = 90°$	1
• Dus staan de raaklijnen in A en B loodrecht op elkaar (*hoekensom driehoek*)	1

De wijzers van een uurwerk

Maximumscore 4	
8 ☐ • Dit is het geval als voldaan is aan $\cos 2\pi t = \cos \frac{1}{6}\pi t$ en aan $\sin 2\pi t = \sin \frac{1}{6}\pi t$	2
• De kleinste positieve oplossing hiervan is $t = \frac{12}{11}$ (of een afgeronde waarde)	2
of	
• Elke 12 uur komt deze situatie 11 maal voor (met gelijke intervallen)	2
• De eerste keer na $t = 0$ is op tijdstip $t = \frac{12}{11}$ (of een afgeronde waarde)	2

Opmerking
Als een ander tijdstip is gevonden dan het eerste na t = 0, waarop de wijzers over elkaar heen liggen, maximaal 2 punten toekennen.

Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 6	
9 ☐ • De afstand is $\sqrt{(3\sin 2\pi t - 2\sin\frac{1}{6}\pi t)^2 + (3\cos 2\pi t - 2\cos\frac{1}{6}\pi t)^2}$	2
• herleiden tot $\sqrt{9\sin^2 2\pi t + 9\cos^2 2\pi t + 4\sin^2 \frac{1}{6}\pi t + 4\cos^2 \frac{1}{6}\pi t - 12\sin 2\pi t \sin\frac{1}{6}\pi t - 12\cos 2\pi t\cos\frac{1}{6}\pi t}$	2
• herleiden tot $\sqrt{13 - 12\cos\frac{11}{6}\pi t}$	2
Maximumscore 4	
10 ☐ • Als (voor het eerst) een gelijkbenige driehoek gevormd wordt, is de afstand tussen de eindpunten van de wijzers 2	1
• Gezocht wordt de kleinste positieve oplossing van de vergelijking $\sqrt{13 - 12\cos\frac{11}{6}\pi t} = 2$	1
• beschrijven hoe deze oplossing gevonden kan worden	1
• $t \approx 0{,}125$	1
Twee halve parabolen	
Maximumscore 7	
11 ☐ • De lengte van AB is $l = \sqrt{p} - p^2$	2
• $\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}p} = \frac{1}{2\sqrt{p}} - 2p$	2
• $\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}p} = 0$ geeft $p^{1,5} = \frac{1}{4}$	2
• $p = \sqrt[3]{\frac{1}{16}}$ (of $(\frac{1}{4})^{\frac{1}{1,5}}$)	1
Maximumscore 7	
12 ☐ • De oppervlakte is gelijk aan $\int_1^2 (x^2 - \sqrt{x})\mathrm{d}x + \int_2^4 (6 - x - \sqrt{x})\mathrm{d}x$	2
• de primitieve $\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$	2
• de primitieve $6x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$	1
• De totale oppervlakte is $3\frac{2}{3}$	2
Het bissectricepunt	
Maximumscore 4	
13 ☐ • $\angle APB = 180° - (\angle BAP + \angle ABP) = 180° - (\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B)$ (*hoekensom driehoek ABP*)	1
• $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}(180° - \gamma) = 90° - \frac{1}{2}\gamma$ (*hoekensom driehoek ABC*)	2
• dus $\angle APB = 180° - (90° - \frac{1}{2}\gamma) = 90° + \frac{1}{2}\gamma$	1
Maximumscore 4	
14 ☐ • γ verandert niet van grootte als C over boog I beweegt (*stelling van de omtrekshoek*)	1
• Dus $\angle APB = 90° + \frac{1}{2}\gamma$ verandert ook niet van grootte	2
• De baan van P is een cirkelboog (*hoeken op een cirkelboog*)	1

Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 3	
15 ☐ • $\angle AMB$ is het dubbele van de omtrekshoek op boog APB (*stelling van de omtrekshoek*)	1
• $\angle AMB = 2(\angle PAB + \angle PBA)$	1
• $\angle AMB = \angle CAB + \angle CBA = 180° - \gamma$ (*hoekensom driehoek)*	1
of	
• $\angle AMB = 360°$ – (de middelpuntshoek die bij de omtrekshoek $\angle APB$ hoort) (*stelling van de omtrekshoek*)	1
• $\angle AMB = 360° - 2(90° + \frac{1}{2}\gamma) = 180° - \gamma$	2
Maximumscore 3	
16 ☐ • $\angle AMB + \gamma = 180°$, dus $AMBC$ is een koordenvierhoek (*omgekeerde koordenvierhoekstelling*)	2
• Dus M ligt op boog II	1

Een rij punten

Maximumscore 4	
17 ☐ • Noem het voetpunt van P_k op de x-as: V_k ($k = 1, 2, 3, ...$) dan $r_k = \dfrac{P_kV_k}{k}$	1
• $r_{k+1} = \dfrac{P_{k+1}V_{k+1}}{k+1} = \dfrac{Q_kV_k}{k}$	1
• $\dfrac{Q_kV_k}{k} = \dfrac{P_kV_k - 1}{k}$	1
• $\dfrac{P_kV_k - 1}{k} = \dfrac{P_kV_k}{k} - \frac{1}{k} = r_k - \frac{1}{k}$	1
Maximumscore 4	
18 ☐ • P_n ligt onder de x-as als $r_n < 0$	2
• beschrijven hoe met de GR een tabel van de rij r_n gemaakt kan worden	1
• Uit de tabel blijkt dat $r_n < 0$ als $n \geq 32$	1
Maximumscore 4	
19 ☐ • $r_{n+1} = r_1 - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \ldots - \frac{1}{n}$	2
• $r_{n+1} = 4 - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$	1
• Voor voldoend grote waarden van n is $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} > 4$ en is r_{n+1} dus negatief (en ligt P_{n+1} dus onder de x-as)	1

Einde