Correctievoorschrift VWO

2016

tijdvak 1

wiskunde B (pilot)

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.
Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:
1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het bij de toets behorende correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden met inachtneming van het correctievoorschrift toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB
Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift te laat zou komen.
In dat geval houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 79 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:
1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Kettinglijn

1 maximumscore 4

- $f'(x) = \frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}x} - e^{-\frac{1}{2}x}$ 1
- $f'(x) = 0$ geeft $\frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}x} = e^{-\frac{1}{2}x}$ 1
- Hieruit volgt $e^x = 4$ 1
- Dus $x = \ln(4)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

2 maximumscore 6

- De y-coördinaat van T is $3\frac{1}{2}$ (of 3,5) 1
- De formule voor de parabool is van de vorm $y = a(x - \ln(4))^2 + 3\frac{1}{2}$ (of $y = a(x - 1{,}4)^2 + 3{,}5$) 1
- De y-coördinaat van A is 4 1
- Invullen van $(0, 4)$ in $y = a(x - \ln(4))^2 + 3\frac{1}{2}$ (of $y = a(x - 1{,}4)^2 + 3{,}5$) geeft $a = \dfrac{1}{2\ln^2(4)}$ (of $a \approx 0{,}255$) 1
- Beschrijven hoe de vergelijking
$$\tfrac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} + 2e^{-\frac{1}{2}x} + 1\tfrac{1}{2} - \left(\frac{1}{2\ln^2(4)}(x - \ln(4))^2 + 3\tfrac{1}{2}\right) = 1$$
(of $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} + 2e^{-\frac{1}{2}x} + 1\frac{1}{2} - \left(0{,}255(x - 1{,}4)^2 + 3{,}5\right) = 1$) met de GR kan worden opgelost 1
- Het antwoord: $x \approx 5{,}1$ (of $x \approx 5{,}0$) 1

Automotor

3 maximumscore 5

- $AB = 5$ 1
- $AE = \cos(\alpha)$ 1
- $CE = \sin(\alpha)$, dus (met de stelling van Pythagoras in driehoek ECD) $ED = \sqrt{16 - \sin^2(\alpha)}$ 2
- $s = AB - AE - ED = 5 - \cos(\alpha) - \sqrt{16 - \sin^2(\alpha)}$ 1

4 maximumscore 3

- $|s - z| = \left|5 - \cos(\alpha) - \sqrt{16 - \sin^2(\alpha)} - (1 - \cos(\alpha) + \frac{1}{8}\sin^2(\alpha))\right|$ 1
- Beschrijven hoe het maximum van $|s - z|$ met de GR kan worden berekend 1
- Het maximale verschil is 0,002 1

Opmerking
Als zonder expliciet gebruik van de notatie van de absolute waarde het goede antwoord gevonden wordt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

5 maximumscore 4

- $z'(\alpha) = \sin(\alpha) + \frac{1}{4}\sin(\alpha)\cos(\alpha)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Beschrijven hoe het maximum van $z'(\alpha)$ gevonden kan worden (of een aanpak waarbij $z''(\alpha) = 0$ opgelost wordt) 1
- Het gevraagde antwoord is 1,03 1

Een driehoek draaiend over een cirkel

6 **maximumscore 7**

- $y = ax$ invullen in $(x-1)^2 + y^2 = 1$ geeft $(x-1)^2 + a^2x^2 = 1$ — 1
- Herleiden tot $(a^2+1)x^2 - 2x = 0$ — 1
- (Dit geeft $x = 0$ of $x = \dfrac{2}{a^2+1}$ dus geldt) $x_S = \dfrac{2}{a^2+1}$ — 1
- $y_S = \dfrac{2a}{a^2+1}$ — 1
- $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SP}$ — 1
- $\overrightarrow{SP} = \begin{pmatrix} \frac{2a}{a^2+1} \\ -\frac{2}{a^2+1} \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \frac{2}{a^2+1} \\ \frac{2a}{a^2+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2a}{a^2+1} \\ -\frac{2}{a^2+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2a+2}{a^2+1} \\ \frac{2a-2}{a^2+1} \end{pmatrix}$ (en dus $x_P = \dfrac{2a+2}{a^2+1}$ en $y_P = \dfrac{2a-2}{a^2+1}$) — 1

7 **maximumscore 5**

- De cirkel snijdt de x-as voor $a=1$ in $P(2,0)$ en de y-as voor $a=-1$ in $P(0,-2)$ 1
- De middelloodlijnen van OP zijn in deze gevallen de lijnen met vergelijking $x=1$ en $y=-1$ 1
- Het middelpunt van de cirkel is (het snijpunt van de middelloodlijnen, dus) $(1,-1)$ 1
- Dit punt heeft afstand $\sqrt{2}$ tot $O(0,0)$ (of P) (dus de straal is $\sqrt{2}$) 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x-1)^2+(y+1)^2=2$ 1

of

- De cirkel snijdt de x-as voor $a=1$ in $P(2,0)$ en de y-as voor $a=-1$ in $P(0,-2)$ 1
- De cirkel gaat door O dus is (wegens Thales) het lijnstuk tussen $(2,0)$ en $(0,-2)$ de middellijn van de cirkel 1
- Het punt $(1,-1)$ ligt midden tussen deze punten en is het middelpunt van de cirkel 1
- Invullen van de coördinaten van $O(0,0)$ (of P) in $(x-1)^2+(y+1)^2$ 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x-1)^2+(y+1)^2=2$ 1

of

- $O(0,0)$ ligt op de cirkel; bijvoorbeeld invullen van $a=1$ respectievelijk $a=-1$ geeft dat $(2,0)$ en $(0,-2)$ op de cirkel liggen 1
- Voor de coördinaten van het middelpunt M geldt dus $x_M^2+y_M^2=r^2$, $(2-x_M)^2+y_M^2=r^2$ en $x_M^2+(y_M+2)^2=r^2$ (waarbij r de straal van de cirkel is) 1
- Combinatie van $x_M^2+y_M^2=r^2$ en $(2-x_M)^2+y_M^2=r^2$ geeft $x_M=1$ 1
- Combinatie van $x_M^2+y_M^2=r^2$ en $x_M^2+(y_M+2)^2=r^2$ geeft $y_M=-1$ 1
- Invullen van bijvoorbeeld $O(0,0)$ in de vergelijking $(x-1)^2+(y+1)^2=r^2$ geeft $r^2=2$, dus een vergelijking van de cirkel is $(x-1)^2+(y+1)^2=2$ 1

8 **maximumscore 5**

- $x_P' = \dfrac{2(a^2+1)-(2a+2)\cdot 2a}{(a^2+1)^2}$ 2
- $x_P' = 0$ geeft $-2a^2-4a+2=0$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1\pm\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Een toelichting waaruit blijkt dat x_P maximaal is als $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Als x_P maximaal is, dan ligt P op dezelfde hoogte als het middelpunt van de cirkel 1
- Er geldt dus $\dfrac{2a-2}{a^2+1}=-1$ 1
- Hieruit volgt $a^2+2a-1=0$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1\pm\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Een toelichting waaruit blijkt dat x_P maximaal is als $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Als x_P maximaal is, dan ligt P rechts van het middelpunt van de cirkel op dezelfde hoogte als het middelpunt van de cirkel 1
- Er geldt dus $\dfrac{2a+2}{a^2+1}=1+\sqrt{2}$ 1
- Herleiden geeft $(1+\sqrt{2})a^2-2a+\sqrt{2}-1=0$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2

of

- Als x_P maximaal is, dan ligt P rechts van het middelpunt van de cirkel op dezelfde hoogte als het middelpunt van de cirkel 1
- Er geldt (omdat $\angle OSP = 90°$) dus $\begin{pmatrix} \frac{2}{a^2+1} \\ \frac{2a}{a^2+1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+\sqrt{2}-\frac{2}{a^2+1} \\ -1-\frac{2a}{a^2+1} \end{pmatrix} = 0$ 1
- $\dfrac{2}{a^2+1}\cdot\left(1+\sqrt{2}-\dfrac{2}{a^2+1}\right)+\dfrac{2a}{a^2+1}\cdot\left(-1-\dfrac{2a}{a^2+1}\right)=0$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2

of

- Als x_P maximaal is, dan ligt P rechts van het middelpunt van de cirkel op dezelfde hoogte als het middelpunt van de cirkel 1
- Een vergelijking van de lijn door S loodrecht op lijn OS is
$y-\frac{2a}{a^2+1}=-\frac{1}{a}\left(x-\frac{2}{a^2+1}\right)$ 1
- Er geldt dus $-1-\frac{2a}{a^2+1}=-\frac{1}{a}\left(1+\sqrt{2}-\frac{2}{a^2+1}\right)$ 1
- Een berekening waaruit volgt dat $a=-1+\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2

Snelheid op een baan

9	**maximumscore 8**	
	• In B geldt $\sin(2t)+\sin(t)=0$	1
	• Dit geeft ($2\sin(t)\cos(t)+\sin(t)=0$ en dan volgt) $\sin(t)(2\cos(t)+1)=0$	1
	• (In B geldt) $\cos(t)=-\frac{1}{2}$ (en in A en C geldt $\sin(t)=0$)	1
	• Dus in B geldt $t=\frac{2}{3}\pi$	1
	• $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2\cos(2t)+\cos(t)$ en $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-\sin(t)$	2
	• In B is de snelheid $\sqrt{(2\cos(2\cdot\frac{2}{3}\pi)+\cos(\frac{2}{3}\pi))^2+(-\sin(\frac{2}{3}\pi))^2}$ $(=\sqrt{(-1-\frac{1}{2})^2+(-\frac{1}{2}\sqrt{3})^2})=\sqrt{3}$	2
	of	
	• In B geldt $\sin(2t)+\sin(t)=0$	1
	• Dit geeft $\sin(2t)(=-\sin(t))=\sin(-t)$, dus $2t=-t+k\cdot 2\pi$ of $2t=\pi-(-t)+k\cdot 2\pi$ (k geheel)	1
	• $t=k\cdot\frac{2}{3}\pi$ of $t=\pi+k\cdot 2\pi$ (k geheel)	1
	• Dus in B geldt $t=\frac{2}{3}\pi$	1
	• $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2\cos(2t)+\cos(t)$ en $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-\sin(t)$	2
	• In B is de snelheid $\sqrt{(2\cos(2\cdot\frac{2}{3}\pi)+\cos(\frac{2}{3}\pi))^2+(-\sin(\frac{2}{3}\pi))^2}$ $(=\sqrt{(-1-\frac{1}{2})^2+(-\frac{1}{2}\sqrt{3})^2})=\sqrt{3}$	2

Metselboog

10 maximumscore 5

- Het gebruiken van of verwijzen naar een rechthoekige driehoek waarvan het middelpunt van de cirkel een hoekpunt is en met een rechthoekszijde met lengte 45 — 1
- De andere rechthoekszijde heeft lengte $r - 18$, waarbij r de te berekenen straal is — 1
- Er geldt (volgens de stelling van Pythagoras) $r^2 = (r-18)^2 + 45^2$ — 1
- Herleiden tot $r^2 = r^2 - 36r + 2349$ — 1
- $r = \frac{2349}{36}$ dus het antwoord: 65 (cm) — 1

of

- Het gebruiken van of verwijzen naar een rechthoekige driehoek waarvan het middelpunt van de cirkel een hoekpunt is en met een rechthoekszijde met lengte 45 — 1
- De andere rechthoekszijde heeft lengte $r - 18$, waarbij r de te berekenen straal is — 1
- In deze driehoek geldt $\cos(\phi) = \dfrac{r-18}{r}$, waarbij ϕ de hoek bij het middelpunt is; in de gelijkbenige driehoek met tophoek ϕ waarvan de benen stralen van de cirkel zijn, geeft de cosinusregel $18^2 + 45^2 = r^2 + r^2 - 2r^2\cos(\phi)$ — 1
- Substitutie van $\cos(\phi) = \dfrac{r-18}{r}$ geeft $2349 = 2r^2 - 2r^2 + 36r$ — 1
- $r = \frac{2349}{36}$ dus het antwoord: 65 (cm) — 1

Vierkant bij een grafiek

11 maximumscore 5

- De inhoud kan worden berekend met behulp van de integraal
  $\pi \cdot \int \left(16^2 - \left(\frac{16}{\sqrt{x}}\right)^2\right) \mathrm{d}x$ 2
- De grenzen zijn 1 en 17 1
- Een primitieve van $256 - \frac{256}{x}$ is (voor $x > 0$) $256x - 256\ln(x)$ 1
- De gevraagde inhoud is $\pi\left(4096 - 256\ln(17)\right)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- De inhoud kan worden berekend met behulp van de integraal
  $\pi \cdot 16^2 \cdot 16 - \pi \cdot \int \left(\frac{16}{\sqrt{x}}\right)^2 \mathrm{d}x$ 2
- De grenzen zijn 1 en 17 1
- Een primitieve van $\frac{256}{x}$ is (voor $x > 0$) $256\ln(x)$ 1
- De gevraagde inhoud is $\pi\left(4096 - 256\ln(17)\right)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Opmerking

Als de integraal $\pi \cdot \int \left(16 - \left(\frac{16}{\sqrt{x}}\right)\right)^2 \mathrm{d}x$ *is gebruikt, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*

12 maximumscore 5

- $AB = AD = \frac{16}{\sqrt{a}}$, dus $b = a + \frac{16}{\sqrt{a}}$ $(= a + 16a^{-\frac{1}{2}})$ 1
- $\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}a} = 1 - 8a^{-\frac{3}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- b is minimaal als $1 - 8a^{-\frac{3}{2}} = 0$ 1
- Dit geeft $a^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8}$ 1
- Dus $a = 4$ en $b = 4 + \frac{16}{2} = 12$ 1

Limietpunt

13 maximumscore 3

- (Voor een punt (x, y) op de grafiek van de inverse van f_c ligt punt (y, x) op de grafiek van f_c dus er geldt) $x = \dfrac{1}{c(y-1)} + 1$ — 1
- $c(y-1) = \dfrac{1}{x-1}$ — 1
- $y = \dfrac{1}{c(x-1)} + 1$ (dus $y = f_c(x)$, dus f_c is de inverse van zichzelf) — 1

of

- f_c is samengesteld uit de opeenvolgende bewerkingen 'min 1', 'maal c', 'omgekeerde' en 'plus 1', dus de inverse van f_c is samengesteld uit de opeenvolgende bewerkingen 'min 1', 'omgekeerde', 'gedeeld door c' en 'plus 1' — 1
- Dat geeft voor de inverse $y = \dfrac{\frac{1}{x-1}}{c} + 1$ — 1
- Dus $y = \dfrac{1}{c(x-1)} + 1$ (dus f_c is de inverse van zichzelf) — 1

of

- $f_c(f_c(x)) = \dfrac{1}{c\left(\dfrac{1}{c(x-1)} + 1 - 1\right)} + 1$ — 1
- $f_c(f_c(x)) = \dfrac{1}{\dfrac{1}{x-1}} + 1$ — 1
- $f_c(f_c(x)) = x$ (dus f_c is de inverse van zichzelf) — 1

of

- Spiegeling in $y = x$ van $y = \frac{1}{cx}$ geeft $x = \frac{1}{cy}$, ofwel $y = \frac{1}{cx}$, dus $y = \frac{1}{cx}$ is spiegelsymmetrisch in $y = x$ — 1
- De grafiek van f_c is het beeld van de grafiek van $y = \frac{1}{cx}$ door een verschuiving langs de lijn $y = x$ (namelijk een horizontale verschuiving van 1 naar rechts en een verticale verschuiving van 1 omhoog) — 1
- Door deze verschuiving blijft spiegelsymmetrie in $y = x$ behouden (dus f_c is de inverse van zichzelf) — 1

14 **maximumscore 3**

- $f_c(1+p)=\dfrac{1}{c(1+p-1)}+1$ en $f_c(1-p)=\dfrac{1}{c(1-p-1)}+1$ — 1
- $f_c(1+p)+f_c(1-p)=\dfrac{1}{cp}-\dfrac{1}{cp}+2=2$ — 1
- Dus $\dfrac{f_c(1+p)+f_c(1-p)}{2}=1$ (dus de grafiek van f_c is puntsymmetrisch ten opzichte van S) — 1

15 **maximumscore 5**

- De x-coördinaat van A is een oplossing van de vergelijking $x=\dfrac{1}{c(x-1)}+1$ — 1
- Herleiden tot $(x-1)^2=\dfrac{1}{c}$ — 1
- $x_A=1-\sqrt{\frac{1}{c}}$ ($x=1+\sqrt{\frac{1}{c}}$ hoort bij het andere snijpunt) — 1
- Als c onbegrensd toeneemt, nadert $1-\sqrt{\frac{1}{c}}$ naar 1 — 1
- A ligt op k, dus ook $y_A=1-\sqrt{\frac{1}{c}}$, dus de y-coördinaat nadert ook naar 1, dus het limietpunt is $(1,1)$ (dus S is het limietpunt) — 1

Vier vierkanten

16 **maximumscore 6**

- De oppervlakte van het lichtgrijze deel is p^2+q^2 en van het donkergrijze deel is $\frac{1}{2}r^2+\frac{1}{2}s^2$ — 1
- De cosinusregel geeft $r^2=p^2+q^2-2pq\cos(\alpha)$ — 1
- De cosinusregel geeft $s^2=p^2+q^2-2pq\cos(\beta)$ — 1
- $\beta=180°-\alpha$ — 1
- $\cos(180°-\alpha)=-\cos(\alpha)$ geeft $s^2=p^2+q^2+2pq\cos(\alpha)$ — 1
- $\frac{1}{2}r^2+\frac{1}{2}s^2=\frac{1}{2}(p^2+q^2-2pq\cos(\alpha))+\frac{1}{2}(p^2+q^2+2pq\cos(\alpha))=p^2+q^2$ (dus de oppervlaktes zijn gelijk) — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 26 mei naar Cito.

De normering in het tweede tijdvak wordt mede gebaseerd op door kandidaten behaalde scores. Als het tweede tijdvak op uw school wordt afgenomen, zend dan ook van uw tweede-tijdvak-kandidaten de deelscores in met behulp van het programma WOLF.