

# Correctievoorschrift VWO

# 2008

tijdvak 1

wiskunde B1,2

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

## 1 Regels voor de beoordeling

---

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

- 4 De examiner en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

## 2 Algemene regels

---

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

- 1 De examiner vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examiner en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
  - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
  - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
  - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
  - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
  - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
  - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
  - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
  - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, hoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
  - 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.  
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.  
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

### 3 Vakspecifieke regels

---

Voor dit examen kunnen maximaal 82 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

## 4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Landing

**1 maximumscore 4**

- $y' = -4,8 \cdot 10^{-3} \cdot x + 4,8 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$  2
- $y'(0) = 0$  (dus in  $(0, 8)$  heeft het vliegtuig een horizontale bewegingsrichting) 1
- $y'(100) = -0,48 + 0,48 = 0$  (dus in  $(100, 0)$  is dit ook het geval) 1

**2 maximumscore 3**

- $y = 8 - 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot (500t)^2 + 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot (500t)^3$  1
- $y = 8 - 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot 500^2 \cdot t^2 + 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot 500^3 \cdot t^3$  1
- Herleiden tot  $y = 8 - 600 \cdot t^2 + 2000 \cdot t^3$  1

**3 maximumscore 4**

- $y'(t) = -1200t + 6000t^2$  1
- $y''(t) = -1200 + 12000t$  1
- Op het interval  $[0; 0,2]$  neemt  $y''(t)$  toe van  $-1200$  tot  $1200$  (dus aan de eis is voldaan) 2

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Een parabool vouwen

### 4 maximumscore 3

- $B'$  is het snijpunt van de (halve) lijn  $PF$  en de cirkel met middelpunt  $P$  en straal  $PB$  2
  - $Q$  is het snijpunt van  $BC$  en de middelloodlijn van  $BB'$  (of van  $BC$  en de loodlijn in  $B'$  op  $PB'$ ) 1
- of
- De vouwlijn is de deellijn van hoek  $BPF$  2
  - $Q$  is het snijpunt van deze deellijn en  $BC$  1

### 5 maximumscore 4

- Het tekenen van het spiegelbeeld  $F'$  van  $F$  in de vouwlijn 2
  - Het tekenen van de loodlijn in  $F'$  op  $AB$  1
  - $R$  is het snijpunt van deze loodlijn met de vouwlijn 1
- of
- Van  $BC$  (of van een willekeurige lijn evenwijdig met  $BC$ ) het spiegelbeeld in lijn  $PQ$  tekenen 2
  - Het tekenen van de lijn door  $F$  evenwijdig aan dit spiegelbeeld 1
  - $R$  is het snijpunt van deze lijn met  $PQ$  1

### 6 maximumscore 4

- $B'Q = BQ = CQ$ , dus de driehoeken  $QCB'$  en  $QB'B$  zijn gelijkbenig 1
  - Hieruit volgt  $\angle QB'C = \angle B'QC$  en  $\angle QBB' = \angle BB'Q$ ; *gelijkbenige driehoeken* 1
  - $\angle B'QC + \angle QB'C + \angle BB'Q + \angle QBB' = 180^\circ$ ; *hoekensom driehoek* 1
  - $\angle BB'C = \angle BB'Q + \angle QB'C = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$  1
- of
- $B'Q = BQ = CQ$  1
  - $B'$  ligt dus op de cirkel met middellijn  $BC$  2
  - $\angle BB'C = 90^\circ$ ; *omgekeerde stelling van Thales* 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Heupoperaties

### 7 maximumscore 3

- Het aantal infectiegevallen  $X$  is binomiaal verdeeld met  $n = 154$  en  $p = 0,05$  1
- Beschrijven hoe  $P(X \leq 2)$  berekend kan worden 1
- De kans is (ongeveer)  $0,02$  (of ongeveer 2%) 1

### 8 maximumscore 4

- Gezocht wordt de waarde van  $p$  waarvoor de binomiale kans  $P(X \leq 2)$  bij  $n = 154$  gelijk is aan  $0,05$  2
- Beschrijven hoe deze waarde van  $p$  gevonden kan worden 1
- $p \approx 0,04$  1

### 9 maximumscore 6

- Er is hier sprake van een eenzijdige toets met  $H_0: \mu_G = 4,5$  en  $H_1: \mu_G < 4,5$  (waarbij  $G$  de gemiddelde verpleegduur in dagen van 100 patiënten is) 1
- $\sigma_G = \frac{1,8}{\sqrt{100}} = 0,18$  1
- Te berekenen is  $P(G \leq 4,1 \mid \mu = 4,5 \text{ en } \sigma = 0,18)$  1
- Beschrijven hoe deze kans berekend kan worden 1
- Deze kans is ongeveer  $0,0131$  1
- $0,0131 < 0,05$ , dus de zorgverzekeraar krijgt gelijk 1

of

- Er is hier sprake van een eenzijdige toets met  $H_0: \mu_G = 4,5$  en  $H_1: \mu_G < 4,5$  (waarbij  $G$  de gemiddelde verpleegduur in dagen van 100 patiënten is) 1
- $\sigma_G = \frac{1,8}{\sqrt{100}} = 0,18$  1
- Voor de grens  $g$  van het kritieke gebied geldt:  
 $P(G \leq g \mid \mu = 4,5 \text{ en } \sigma = 0,18) = 0,05$  1
- Beschrijven hoe  $g$  berekend kan worden 1
- $g \approx 4,2$  1
- $4,1 < 4,2$ , dus de zorgverzekeraar krijgt gelijk 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Een achtkromme

### 10 maximumscore 5

- In een punt met een horizontale raaklijn geldt:  $\sin 2t = 1$  (of  $\sin 2t = -1$ ) 2
  - Dit is bijvoorbeeld zo als  $t = \frac{1}{4}\pi$  (of  $t \approx 0,7854$ ) 1
  - Het bijbehorende punt is  $(\sqrt{2}, 1)$  (of ongeveer  $(1,414; 1)$ ) 1
  - De oppervlakte is  $4\sqrt{2} \approx 5,7$  1
- of
- In de punten met een horizontale raaklijn geldt:  $y'(t) = 0$  dus  $2\cos 2t = 0$  2
  - Dit is bijvoorbeeld zo als  $t = \frac{1}{4}\pi$  (of  $t \approx 0,7854$ ) 1
  - Het bijbehorende punt is  $(\sqrt{2}, 1)$  (of ongeveer  $(1,414; 1)$ ) 1
  - De oppervlakte is  $4\sqrt{2} \approx 5,7$  1

### 11 maximumscore 4

- $x \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2}$  is gelijk aan  $2\cos t \cdot \sqrt{1 - \cos^2 t}$  2
  - $\sqrt{1 - \cos^2 t} = \sin t$  (voor  $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$ ) 1
  - $2\cos t \sin t = \sin 2t = y$  1
- of
- $\cos t = \frac{1}{2}x$  1
  - $\sin t = \sqrt{1 - \cos^2 t} = \sqrt{1 - (\frac{1}{2}x)^2}$  (voor  $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$ ) 1
  - $y = \sin 2t = 2\sin t \cos t = 2 \cdot \sqrt{1 - (\frac{1}{2}x)^2} \cdot \frac{1}{2}x = x \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2}$  2

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Vier vragen over $f(x) = \ln x$

### 12 maximumscore 3

- $f'(x) = \frac{1}{x}$ , dus de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in  $E$  is gelijk aan  $f'(e) = \frac{1}{e}$  1
- De raaklijn in  $E$  heeft dus vergelijking  $y = \frac{1}{e}x + b$ , voor zeker getal  $b$  1
- $1 = \frac{1}{e} \cdot e + b$  geeft  $b = 0$  (dus de raaklijn gaat door  $O$ ) 1

of

- $f'(x) = \frac{1}{x}$ , dus de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in  $E$  is gelijk aan  $f'(e) = \frac{1}{e}$  1
- De raaklijn in  $E$  heeft dus vergelijking  $y = 1 + \frac{1}{e}(x - e)$  1
- $0 = 1 + \frac{1}{e}(0 - e)$  (dus de raaklijn gaat door  $O$ ) 1

of

- $f'(x) = \frac{1}{x}$ , dus de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in  $E$  is gelijk aan  $f'(e) = \frac{1}{e}$  1
- De richtingscoëfficiënt van lijn  $OE$  is  $\frac{1-0}{e-0} = \frac{1}{e}$  1
- De raaklijn valt samen met  $OE$  (en gaat dus door  $O$ ) 1

### 13 maximumscore 4

- De gevraagde inhoud is  $\pi \int_0^e (\frac{1}{e}x)^2 dx - \pi \int_1^e (\ln x)^2 dx$   
(of  $\frac{1}{3}\pi \cdot 1^2 \cdot e - \pi \int_1^e (\ln x)^2 dx$ ) 2
- Beschrijven hoe deze inhoud berekend kan worden 1
- De inhoud is (ongeveer) 0,59 1

### 14 maximumscore 6

- De oppervlakte van de rechthoek is  $x \cdot -\ln x$  1
- De afgeleide hiervan is  $-\ln x - 1$  2
- $-\ln x - 1 = 0$  geeft  $x = e^{-1}$  ( $= \frac{1}{e}$ ) 2
- De maximale oppervlakte is  $e^{-1} \cdot -\ln e^{-1} = e^{-1}$  ( $= \frac{1}{e}$ ) 1



Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**15 maximumscore 6**

- Voor de  $x$ -coördinaat  $a$  van  $A$  geldt:  $-\ln a = \ln 5a$  2
- $\ln a^{-1} = \ln 5a$  1
- $\frac{1}{a} = 5a$  1
- $a^2 = \frac{1}{5}$  1
- Dus  $a = \sqrt{\frac{1}{5}}$  1

of

- Voor de  $x$ -coördinaat  $a$  van  $A$  geldt:  $-\ln a = \ln 5a$  2
- $-\ln a = \ln 5 + \ln a$  1
- $\ln a = -\frac{1}{2} \cdot \ln 5$  2
- $a = 5^{-\frac{1}{2}} (= \frac{1}{\sqrt{5}})$  1

of

- Voor de  $x$ -coördinaat  $a$  van  $A$  geldt:  $-\ln a = \ln 5a$  2
- $\ln 5a + \ln a = 0$  1
- $\ln 5a^2 = 0$  1
- $5a^2 = 1$  1
- Dus  $a = \sqrt{\frac{1}{5}}$  1

*Opmerking*

*Als ook  $-\sqrt{\frac{1}{5}}$  als oplossing is gegeven, hiervoor één punt aftrekken.*

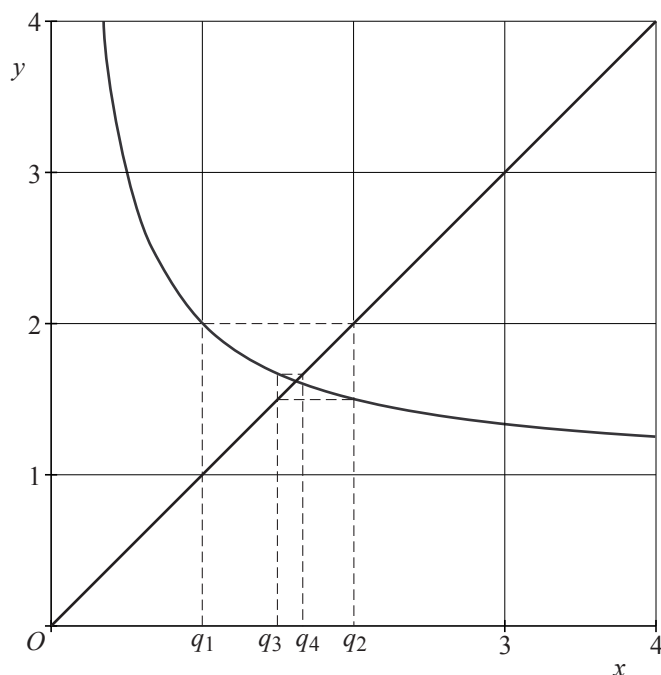
## De quotiëntrij van de rij van Fibonacci

### 16 maximumscore 3

- $q_n = \frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{u_{n-1} + u_{n-2}}{u_{n-1}}$  1
- $q_n = \frac{u_{n-1}}{u_{n-1}} + \frac{u_{n-2}}{u_{n-1}} = 1 + \frac{u_{n-2}}{u_{n-1}}$  1
- $q_n = 1 + \frac{1}{\frac{u_{n-1}}{u_{n-2}}} = 1 + \frac{1}{q_{n-1}}$  1

### 17 maximumscore 3

- Met behulp van een webgrafiek de plaats van  $q_2 (= 2)$  tekenen 1
- Idem voor  $q_3 (= 1\frac{1}{2})$  1
- Idem voor  $q_4 (= 1\frac{2}{3})$  1



#### Opmerking

Als de webgrafiek correct getekend is, maar de gevraagde punten op de x-as ontbreken, maximaal 2 punten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**18 maximumscore 4**

- Voor de limiet  $q$  geldt:  $q = 1 + \frac{1}{q}$  1
- Hieruit volgt  $q^2 - q - 1 = 0$  1
- De limiet is de (positieve) oplossing van deze vergelijking:  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  2

*Opmerking*

*Als in het antwoord ook de negatieve oplossing gegeven is, hiervoor één punt aftrekken.*

## Twee gelijkzijdige driehoeken

**19 maximumscore 4**

- $\angle ABE = 60^\circ + \angle ABD$  en  $\angle CBD = 60^\circ + \angle ABD$  dus  $\angle ABE = \angle CBD$  2
- Driehoek  $ABE$  is congruent met driehoek  $CBD$ ; *ZHZ* 1
- Hieruit volgt  $AE = CD$  1

**20 maximumscore 5**

- $ASBC$  is een koordenvierhoek, dus  $\angle ASB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ; *koordenvierhoekstelling* 2
  - $\angle BSE = \angle BDE = 60^\circ$ ; *stelling van de constante hoek* 2
  - Dus  $\angle ASE = \angle ASB + \angle BSE = 180^\circ$  (dus hoek  $ASE$  is een gestrekte hoek) 1
- of
- Driehoek  $ABC$  is gelijkzijdig, dus boog  $ACB$  is tweederde van de hele cirkelboog 1
  - Dus  $\angle ASB = 120^\circ$ ; *stelling van de omtrekshoek* 1
  - Driehoek  $BDE$  is gelijkzijdig, dus boog  $BE$  is eenderde van de hele cirkelboog 1
  - Dus  $\angle BSE = 60^\circ$ ; *stelling van de omtrekshoek* 1
  - Dus  $\angle ASE = \angle ASB + \angle BSE = 180^\circ$  (dus hoek  $ASE$  is een gestrekte hoek) 1

## 5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 4 juni naar Cito.