

Correctievoorschrift HAVO

2008

tijdvak 1

wiskunde B1

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
 - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, hoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
 - 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 84 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Uitsterven van soorten

1 maximumscore 3

- $z = 0,35$ en $A = 1000$ invullen in de formule geeft $S = 100 \cdot \left(\frac{1000}{10000}\right)^{0,35}$ 1
- $S \approx 44,67$ 1
- Afgerond op een geheel percentage is dit 45% (dus de bewering is juist) 1

2 maximumscore 4

- Voor het resterende natuurgebied moet gelden: $100 \cdot \left(\frac{A}{10000}\right)^{0,20} \geq 90$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $100 \cdot \left(\frac{A}{10000}\right)^{0,20} = 90$ opgelost kan worden 1
- $A = 5904,9$ 1
- (Er moet gelden $A \geq 5904,9$) dus men kan (hoogstens) $10000 - 5904,9 \approx 4100 \text{ km}^2$ gaan ontginnen 1

3 maximumscore 4

- $0,99^t = \frac{1}{2}$ 2
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $t \approx 69$, dus na ongeveer 69 jaar is nog de helft van het natuurgebied over 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Bier tappen

4 maximumscore 4

- De gevraagde kans is $P(19 < X < 21 \mid \mu = 20 \text{ en } \sigma = 0,6)$ met X het aantal cl bier 1
- Beschrijven hoe deze kans berekend kan worden 1
- $P(19 < X < 21) \approx 0,9044$ 1
- (Ongeveer) 90% voldoet aan de kwaliteitsnorm 1

5 maximumscore 6

- De kans op een glas met minder dan 19,5 cl is $P(X < 19,5 \mid \mu = 20 \text{ en } \sigma = 0,6)$ met X het aantal cl bier 1
- Beschrijven hoe deze kans berekend kan worden 1
- $P(X < 19,5) \approx 0,202328$ 1
- Het aantal glazen bier Y met minder dan 19,5 cl bier is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,202328$ 1
- Beschrijven hoe $P(Y \leq 3)$ berekend kan worden 1
- De gevraagde kans is (ongeveer) 0,87 (of 87%) 1

Opmerking

Wanneer als eindantwoord 0,88 (of 88%) wordt gegeven als gevolg van tussentijds afronden, hier geen punten voor aftrekken.

6 maximumscore 4

- $P(X < 258 \mid \mu = 260 \text{ en } \sigma = x) = 0,18$ met X het totale aantal cl bier 2
- Beschrijven hoe x berekend kan worden 1
- $\sigma \approx 2,2$ (cl) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Horizontale lijnen

7 maximumscore 5

- De lijn $y = p$ gaat door de top van de grafiek van f 1
- $f'(x) = 6 - 2x$ 1
- Voor de x -coördinaat van de top geldt: $6 - 2x = 0$ 1
- De top ligt bij $x = 3$ 1
- $f(3) = 9$, dus $p = 9$ 1

of

- De lijn $y = p$ gaat door de top van de grafiek van f 1
- $6x - x^2 = x(6 - x)$ 1
- $x(6 - x) = 0$ geeft $x = 0$ of $x = 6$ 1
- De top ligt bij $x = 3$ 1
- $f(3) = 9$, dus $p = 9$ 1

of

- De lijn $y = p$ gaat door de top van de grafiek van f 1
- De top van een parabool ligt bij $x = -\frac{b}{2a}$ 1
- $a = -1$, $b = 6$ 1
- Dus de x -coördinaat van de top is $-\frac{6}{-2} = 3$ 1
- $f(3) = 9$, dus $p = 9$ 1

8 maximumscore 6

- Haakjes wegwerken geeft $S = 2a^3 - 18a^2 + 36a$ 2
- $S' = 6a^2 - 36a + 36$ 1
- $6a^2 - 36a + 36 = 0$ (of $a^2 - 6a + 6 = 0$) 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $a = 3 \pm \sqrt{3}$ (of minder ver uitgewerkte varianten) 1
- In deze situatie geldt $a = 3 - \sqrt{3}$ 1

of

- $S' = -2(6a - a^2) + (6 - 2a)(6 - 2a)$ (productregel) 1
- Haakjes wegwerken geeft $S' = 6a^2 - 36a + 36$ 2
- $6a^2 - 36a + 36 = 0$ (of $a^2 - 6a + 6 = 0$) 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $a = 3 \pm \sqrt{3}$ (of minder ver uitgewerkte varianten) 1
- In deze situatie geldt $a = 3 - \sqrt{3}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Triominos

9 maximumscore 3

Er zijn vier mogelijke andere stenen die men kan aanleggen: 0-5-5, 1-5-5, 3-5-5 en 4-5-5

3

Opmerking

Voor elke foute of ontbrekende mogelijkheid 1 punt aftrekken. Als steen 2-5-5 genoemd wordt, geen punten aftrekken. Als steen 5-5-5 genoemd wordt, 1 punt aftrekken.

10 maximumscore 4

- Het aantal stenen met precies twee dezelfde cijfers erop is $6 \cdot 5 = 30$ 2
- Het aantal stenen met drie verschillende cijfers erop is $\binom{6}{3} = 20$ 2

Opmerking

Als het aantal stenen gevonden wordt door de stenen uit te schrijven, dit ook goed rekenen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

11 maximumscore 4

- De kans om zonder terugleggen twee trio's achtereen te trekken en daarna vijf keer achtereen geen trio is $\frac{6}{56} \cdot \frac{5}{55} \cdot \frac{50}{54} \cdot \frac{49}{53} \cdot \frac{48}{52} \cdot \frac{47}{51} \cdot \frac{46}{50}$ 2
 - Er zijn $\binom{7}{2}$ mogelijkheden om twee trio's en vijf niet-trio's in een of andere volgorde te plaatsen 1
 - De kans op precies twee trio's onder 7 gekozen stenen is dus $\binom{7}{2} \cdot \frac{6}{56} \cdot \frac{5}{55} \cdot \frac{50}{54} \cdot \frac{49}{53} \cdot \frac{48}{52} \cdot \frac{47}{51} \cdot \frac{46}{50} \approx 0,14$ 1
- of
- De eerste speler kan op $\binom{6}{2}$ manieren 2 trio's pakken en op $\binom{50}{5}$ manieren 5 stenen pakken uit de 50 stenen die niet een trio zijn 1
 - Er zijn $\binom{6}{2} \cdot \binom{50}{5}$ mogelijkheden om bij het pakken van zeven stenen twee trio's te kiezen en vijf andere stenen uit het totaal van 56 stenen 1
 - Er zijn $\binom{56}{7}$ mogelijkheden om zeven stenen te kiezen uit het totaal van 56 stenen 1
 - De kans om precies 2 trio's te pakken is dus $\frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{50}{5}}{\binom{56}{7}} \approx 0,14$ 1

Opmerking

Als gewerkt wordt met een binomiale verdeling, maximaal 2 punten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Steeds meer vlees

12 maximumscore 5

- De richtingscoëfficiënt is $\frac{36-23,2}{1996-1960} \approx 0,35556$ 2
 - Het lineaire verband is $V = 23,2 + 0,35556t$ (met $t=0$ in 1960) 1
 - De vergelijking $23,2 + 0,35556t = 45,3$ heeft als oplossing $t \approx 62,2$ 1
 - De gegeven vleesproductie wordt bereikt 62 jaar na 1960, dus in 2022 1
- of
- De richtingscoëfficiënt is $\frac{36-23,2}{1996-1960} \approx 0,35556$ 2
 - Toename nodig van $45,3 - 36,0 = 9,3$ 1
 - $\frac{9,3}{0,35556} \approx 26,2$ jaar 1
 - De gegeven vleesproductie wordt bereikt 26 jaar na 1996, dus in 2022 1
- of
- Bij $\Delta V = 12,8$ kg hoort $\Delta t = 36$ jaar 1
 - 45,3 kg vlees consumeren komt overeen met $\Delta V = 22,1$ kg (verschillen berekend ten opzichte van 1960) 1
 - Bij $\Delta V = 22,1$ kg hoort $\Delta t = \frac{22,1}{12,8} \cdot 36 (\approx 62,2)$ 2
 - De gegeven vleesproductie wordt bereikt 62 jaar na 1960, dus in 2022 1

13 maximumscore 5

- $G'(t) = -0,250t + 6,33$ 1
- $G'(t) = 0$ oplossen geeft dat $G(t)$ maximaal is voor $t = 25,32$ 1
- Het maximum is $G(25) \approx 359$ (of $G(25,32) \approx 359$) 1
- Aflezen van de maximale waarde 377 kg 1
- Het verschil is $377 - 359 = 18$ kg 1

Opmerking

Als 376 of 378 is afgelezen hiervoor geen punten aftrekken.

14 maximumscore 5

- In het jaar 2000 is $t = 40$ 1
- $G(40) \approx 332$ 1
- $V^*(40) = 35$ 1
- Voor de productie van 35 kg vlees is $4 \cdot 35 = 140$ kg graan nodig 1
- In het jaar 2000 was dus ongeveer $332 - 140 = 192$ kg graan over voor voeding van de mens 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

15 maximumscore 5

- Er blijft te weinig over voor voeding van de mens als $G - 4V^* < 150$ 1
- $(-0,125t^2 + 6,33t + 279) - 4(0,25t + 25) < 150$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(-0,125t^2 + 6,33t + 279) - 4(0,25t + 25) = 150$ opgelost kan worden 1
- $t \approx 47,5$ 1
- Vanaf het jaar 2008 zal er te weinig graan over zijn voor voeding van de mens 1

of

- Er blijft te weinig over voor voeding van de mens als $G - 4V^* < 150$ 1
- $(-0,125t^2 + 6,33t + 279) - 4(0,25t + 25) < 150$ 1
- Beschrijven hoe deze ongelijkheid opgelost kan worden 1
- $t \geq 48$ 1
- Vanaf het jaar 2008 zal er te weinig graan over zijn voor voeding van de mens 1

Opmerking

Als bij gebruik van de eerste oplossingsmethode als antwoord gegeven is 2007, dit goed rekenen

De leugendetector

16 maximumscore 3

- Het aantal keren X dat er bij de vijf gesprekken een leugen verteld werd, is binomiaal verdeeld met $n = 5$ en $p = 0,60$ 1
- Beschrijven hoe $P(X = 3)$ berekend kan worden 1
- De gevraagde kans is (ongeveer) 0,35 1

17 maximumscore 4

- Het aantal schuldige personen X dat niet schuldig wordt bevonden, is binomiaal verdeeld met $n = 4$ en $p = 0,25$ 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 2)$ berekend kan worden 1
- De gevraagde kans is (ongeveer) 0,26 2

18 maximumscore 3

- De verwachtingswaarde is $3 \cdot 0,75 + 52 \cdot 0,08$ 2
- Naar verwachting worden (ongeveer) 6,4 (of 6) van deze 55 personen schuldig bevonden 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Combi-functie

19 maximumscore 4

- Voor het linker deel van de grafiek geldt $f'(x) = \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{4}$ 1
- Voor het rechter deel van de grafiek geldt $f'(x) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x$ 1
- $x = 2$ invullen in de beide afgeleiden geeft respectievelijk 1 en $\frac{1}{2}$ 2

20 maximumscore 3

- $\frac{1}{16}x^3 + \frac{1}{4}x + 2 = \frac{1}{2}$ geeft $x \approx -2,4268$ 1
- $1 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{2}$ geeft $x \approx 6,3166$ 1
- $AB \approx 8,74$ 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 28 mei naar Cito.